

VLASTNOSTI KOMBINAČNÍCH ČÍSEL, BINOMICKÁ VĚTA

1) Zjednodušte:

- a) $\binom{x+7}{x+6}$ [[x + 7]]
b) $\binom{x}{x-1}$ [[x]]
c) $\binom{k-4}{k-6}$ [[$\frac{1}{2}(k-4)(k-5)$]]
d) $\binom{n+20}{n+19}$ [[n + 20]]

2) Vyjádřete jedním kombinačním číslem:

- a) $\binom{5}{3} + \binom{5}{4}$ [[$\binom{6}{4}$]]
b) $\binom{47}{2} + \binom{47}{44}$ [[$\binom{48}{3}$]]
c) $\binom{6}{6} + \binom{7}{6} + \binom{8}{6} + \binom{9}{6}$ [[$\binom{10}{7}$]]
d) $\binom{17}{8} + \binom{17}{9}$ [[$\binom{18}{9}$]]
e) $\binom{11}{7} + \binom{11}{5}$ [[$\binom{12}{5}$]]
f) $\binom{10}{1} + \binom{10}{0} + \binom{11}{9}$ [[$\binom{12}{10}$]]
g) $\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{6}{2} + \binom{7}{3} + \binom{8}{4} - \binom{9}{4}$ [[0]]
h) $\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \binom{5}{2}$ [[$\binom{6}{3}$]]

3) Řešte v R rovnice:

- a) $x! = 210(x-2)!$ [[K = {15}]]
b) $(x+2)! \cdot x! = 24(x+1)! \cdot (x-1)!$ [[K = {4}]]
c) $\frac{x!}{(x-2)!} = 4x$ [[K = {5}]]
d) $\frac{(x+6)!}{(x+4)!} + x^2 - 16x = 28$ [[K = {2}]]
e) $x \cdot \frac{(x+3)!}{(x+2)!} + x^2 = 14$ [[K = {2}]]
f) $\frac{(x+2)!}{x!} = 2 \cdot \frac{x!}{(x-2)!} + 3!$ [[K = {4}]]

4) Kolik prvků dá dohromady 240 variací druhé třídy bez opakování? [[K = {16}]]

5) Určete počet prvků, ze kterých lze utvořit 2krát více čtyřčlenných variací, než je tříčlenných variací bez opakování. [[K = {5}]]

6) Zvětší-li se počet prvků o 2, zvětší se počet tříčlenných variací bez opakování 10krát. Urči původní počet prvků. [[K = {3}]]

7) Zvětší-li se počet prvků o 2, zvětší se počet permutací bez opakování 42krát. Určete původní počet prvků. [[K = {5}]]

8) Zmenší-li se počet prvků o 2, zmenší se počet permutací bez opakování 20krát. Určete původní počet prvků. [[K = {5}]]

9) Řešte v R rovnice:

- a) $\binom{x+4}{x+2} = 28$ [[$K = \{4\}$]]
 b) $\binom{x-6}{x-8} = 3$ [[$K = \{9\}$]]
 c) $\binom{x-10}{x-12} = 10$ [[$K = \{15\}$]]
 d) $K(2; x) = \binom{x-4}{2} + 22$ [[$K = \{8\}$]]
 e) $12 \cdot \binom{x}{x-2} = K(2; x + 6)$ [[$K = \{3\}$]]
 f) $\binom{x}{2} + \binom{x-1}{2} = 4$ [[$K = \{3\}$]]
 g) $\binom{x-1}{x-3} + \binom{x-2}{x-4} = 9$ [[$K = \{5\}$]]
 h) $\binom{x-1}{x-2} + \binom{x-2}{x-4} = 4$ [[$K = \{4\}$]]
 i) $\binom{x}{2} - 2 \cdot \binom{x-1}{x-2} + \binom{x}{0} = 0$ [[$K = \{2; 3\}$]]
 j) $\binom{4}{3} \cdot \binom{x+1}{x-1} - \binom{5}{3} \cdot \binom{x+1}{x} + \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{2} = 0$ [[$K = \{2\}$]]
 k) $10 \cdot \binom{x+1}{x-1} - 4 \cdot \binom{x+1}{x} = 3 \cdot \binom{4}{2}$ [[$K = \{2\}$]]
 l) $\binom{x}{x-2} - \binom{6}{4} \cdot \binom{10}{10} = \binom{4}{0} - \binom{x-1}{x-3}$ [[$K = \{5\}$]]
 m) $\binom{x-1}{x-3} \cdot \binom{3}{3} + \binom{x+1}{x-1} = \binom{7}{3} - \binom{4}{1} \cdot \binom{5}{0}$ [[$K = \{6\}$]]
 n) $\binom{x+1}{x-1} \cdot \binom{4}{3} - \binom{5}{3} \cdot \binom{x+1}{x} + \binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2} = 0$ [[$K = \{2\}$]]

10) Zvětší-li se počet prvků o 1, zvětší se počet kombinací druhé třídy bez opakování o 21. Určete počet prvků. [[$K = \{21\}$]]

11) Zvětší-li se počet prvků o 8, zvětší se počet kombinací druhé třídy bez opakování 11krát. Určete počet prvků. [[$K = \{4\}$]]

12) Užitím binomické věty vypočtete:

- a) $(a + b)^5$ [[$a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$]]
 b) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^7$ [[$\frac{a^7}{b^7} + 7 \cdot \frac{a^5}{b^5} + 21 \cdot \frac{a^3}{b^3} + 35 \cdot \frac{a}{b} + 35 \cdot \frac{b}{a} + 21 \cdot \frac{b^3}{a^3} + 7 \cdot \frac{b^5}{a^5} + \frac{b^7}{a^7}$]]
 c) $\left(y - \frac{1}{2y}\right)^5$ [[$y^5 - \frac{5}{2}y^3 + \frac{5}{2}y - \frac{5}{4y} + \frac{5}{16y^3} - \frac{1}{32y^5}$]]
 d) $(2 + 3 \cdot \sqrt{3})^7$ [[$497954 + 289461 \cdot \sqrt{3}$]]
 e) $(x + \sqrt{x})^4$ [[$x^4 + 4x^3\sqrt{x} + 6x^3 + 4x^2\sqrt{x} + x^2$]]

13) Vypočítej:

- a) čtvrtý člen binomického rozvoje výrazu $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ [[$448x^2$]]
 b) pátý člen binomického rozvoje výrazu $(a - b)^6$ [[$15a^2b^4$]]
 c) třetí člen binomického rozvoje výrazu $\left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right)^5$ [[$\frac{5}{2}$]]
 d) desátý člen binomického rozvoje výrazu $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12}$ [[495]]