

1 Úvod do posloupnosti

1. Napište prvních šest členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ dané vzorcem pro n -tý člen:

a) $a_n = 2n - 3$

b) $a_n = -n + 2$

c) $a_n = 2^n - n$

d) $a_n = (-2)^n$

e) $a_n = \frac{n+1}{n}$

f) $a_n = 2^n - 3$

2. Určete prvních šest členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, je-li posloupnost dána rekurentně:

a) $a_1 = -2; a_{n+1} = 2a_n - 1$

b) $a_1 = 7; a_{n+1} = -a_n + 3$

c) $a_1 = 1; a_2 = -2; a_{n+2} = -2a_{n+1} + a_n$

d) $a_3 = 5; a_{n+1} = a_n - 3$

e) $a_3 = 0; a_4 = -3; a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$

3. Vyšetřete, zda dané posloupnosti jsou rostoucí, nebo klesající:

a) $(5n - 7)_{n=1}^{\infty}$

b) $(-3n + 2)_{n=1}^{\infty}$

c) $(n^2 - 10n)_{n=1}^{\infty}$

d) $(-2n^2 + 5)_{n=1}^{\infty}$

e) $\left(\frac{3}{n+2}\right)_{n=1}^{\infty}$

f) $(n^2 + 3n - 4)_{n=1}^{\infty}$

4. Najděte prvních pět členů posloupnosti určené rekurentně:

a) $a_1 = 1; a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}$

b) $a_1 = 0; a_2 = 1; a_{n+2} = 2a_{n+1} - 3a_n$

5. Rozhodněte, která z následujících posloupností je rostoucí, resp. klesající:

a) $(3^n)_{n=1}^{\infty}$

b) $(0,8^n)_{n=1}^{\infty}$

c) $(\log_{0,4} n)_{n=1}^{\infty}$

d) $\left(\frac{1}{n \cdot (n+1)}\right)_{n=1}^{\infty}$

6. Určete první čtyři členy dané posloupnosti:

a) $(3 + n)_{n=1}^{\infty}$

b) $(-n^3)_{n=1}^{\infty}$

c) $(0,6 \cdot [1 + (-1)^n])_{n=1}^4$

d) $\left(\cos \frac{n\pi}{4}\right)_{n=1}^{\infty}$

e) $\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)_{n=1}^{\infty}$

7. U dané posloupnosti určete uvedené neznámé členy:

a) $(3n - 2)_{n=1}^{\infty}$; a_5 ; a_{10}

b) $(n^2 + 1)_{n=1}^{\infty}$; a_{100}

c) $((-1)^{n+1} + 2n)_{n=1}^{\infty}$; a_{10} ; a_{13}

d) $\left(2 \sin \frac{n\pi}{3}\right)_{n=1}^{\infty}$; a_4 ; a_{18}

8. Určete vztah pro n-tý člen posloupnosti:

a) 1; 3; 5; 7; 9; ...

b) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$

c) -1; -2; -3; -4; -5; ...

d) -3; 3; -3; 3; -3; ...

1.1 ŘEŠENÍ

1. a) $-1; 1; 3; 5; 7; 9$ b) $1; 0; -1; -2; -3; -4$
c) $1; 2; 5; 12; 27; 58$ d) $-2; 4; -8; 16; -32; 64$
e) $2; \frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}; \frac{6}{5}; \frac{7}{6}$ f) $-1; 1; 5; 13; 29; 61$
2. a) $-2; -5; -11; -23; -47; -95$ b) $7; -4; 7; -4; 7; -4$
c) $1; -2; 5; -12; 29; -70$ d) $11; 8; 5; 2; -1; -4$
e) $\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}; 0; -3; -3; -9$
3. a) rostoucí b) klesající
c) ani rostoucí, ani klesající d) klesající
e) klesající f) rostoucí
4. a) $1; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{8}$ b) $0; 1; 2; 1; -4$
5. a) rostoucí b) klesající
c) klesající d) klesající
6. a) $4; 5; 6; 7$ b) $-1; -8; -27; -64$
c) $0; 1,2; 0; 1,2$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; -\frac{\sqrt{2}}{2}; -1$
e) $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}$
7. a) $a_5 = 13; a_{10} = 28$ b) $b_{100} = 10\,001$
c) $a_{10} = 19; a_{13} = 27$ d) $a_4 = -\sqrt{3}; a_{18} = 0$
8. a) $(2n - 1)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$
c) $(-n)_{n=1}^{\infty}$ d) $((-1)^n \cdot 3)_{n=1}^{\infty}$