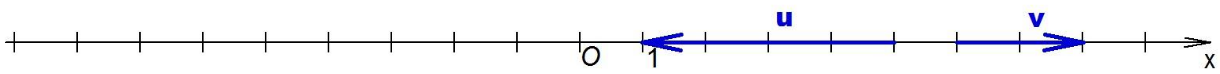
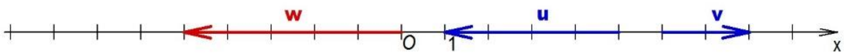
VEKTORY

1) Na číselné ose jsou umístěny vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$. Počáteční a koncové body umístění obou vektorů mají celočíselné souřadnice. Pro vektor $\vec{w}$ platí $\vec{w} = \vec{u} - 0{,}5 \cdot \vec{v}$.



1.1 Znázorněte na číselné ose umístění vektoru $\vec{w}$ do počátku O.



1.2 Bod S je středem úsečky AB; $A[-64]$, $B[10]$. Určete souřadnici koncového bodu T umístění vektoru $\vec{w}$ do bodu S. $[\![T[-32]]\!]$

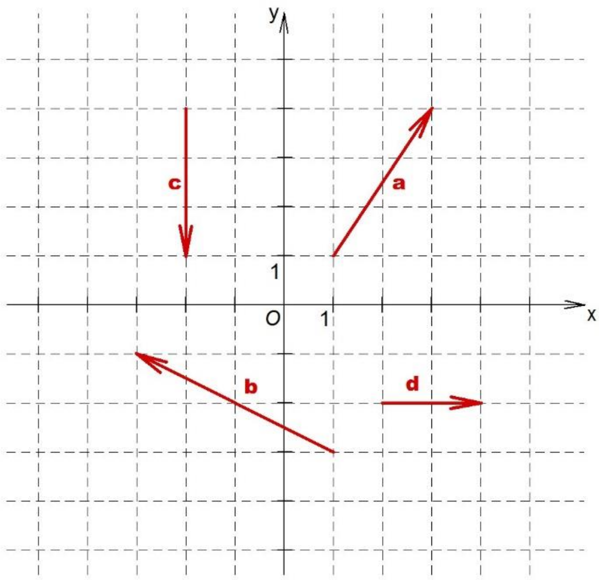
1.3 Určete velikost vektoru $\vec{w}$. $[\![|\vec{w}| = 5]\!]$

2) Bod A' je obrazem bodu $A[1; 5]$ v osové souměrnosti, jejíž osou je souřadnicová osa y.
Bod B' je obrazem bodu $B[-4; 1]$ v osové souměrnosti, jejíž osou je souřadnicová osa x

2.1 Vypočítejte délku úsečky $A'B'$. $[\![|A'B'| = 3\sqrt{5}]\!]$

2.2 Napište souřadnice středu S úsečky $A'B'$. $\left[\!\!\left[S\left[-\frac{5}{2}; 2\right]\right]\!\!\right]$

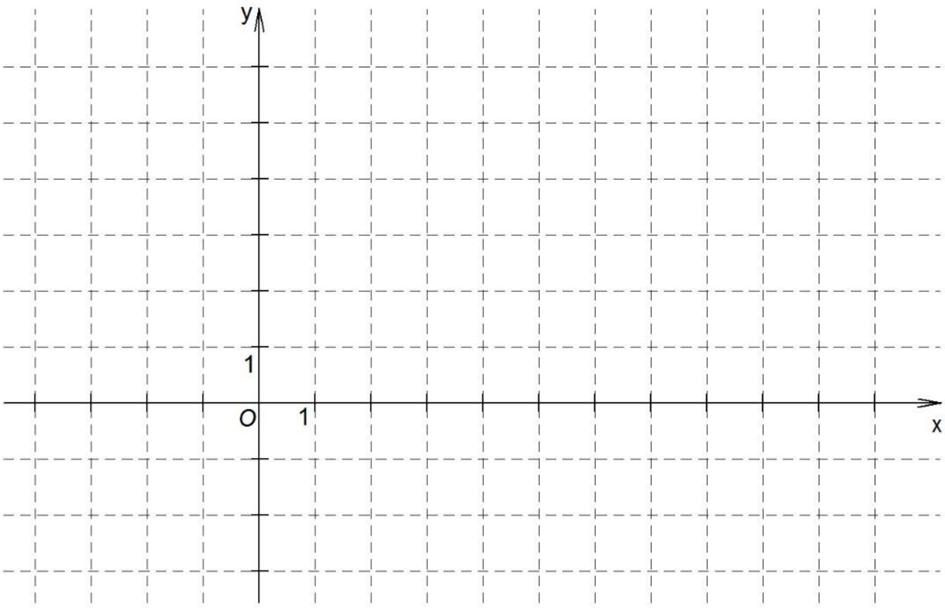
3) V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou znázorněna umístění vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$. Počáteční a koncové body všech znázorněných umístění jsou v mřížových bodech. Pro vektor $\vec{u}$ platí
$\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c} - 2\vec{d}$

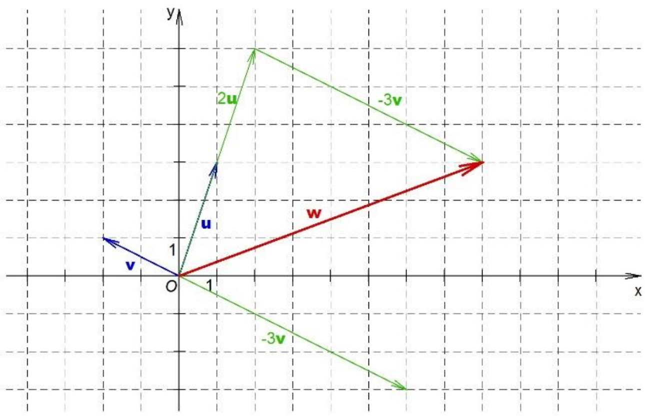


3.1 Zapište souřadnice vektoru $\vec{u}$. $[\![\vec{u} = (6; -2)]\!]$

3.2 Vypočítejte velikost vektoru $\vec{u}$. $[\![|\vec{u}| = 2\sqrt{10}]\!]$

4) Umístěte vektory $\vec{u} = (1; 3)$ a $\vec{v} = (-2; 1)$ do počátku kartézské soustavy souřadnic Oxy. Určete graficky vektor $\vec{w}$, pro který platí $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

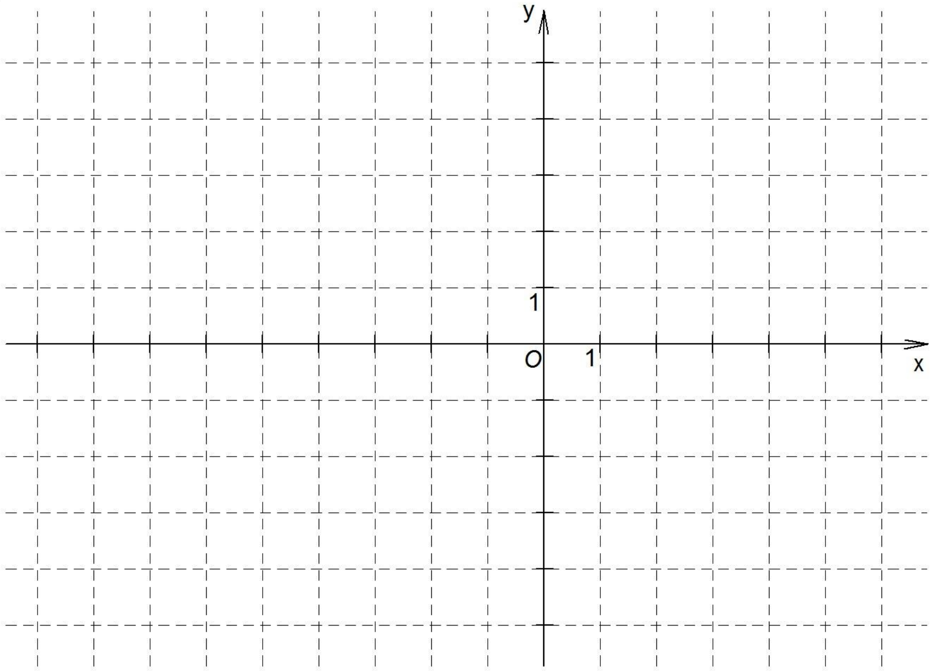


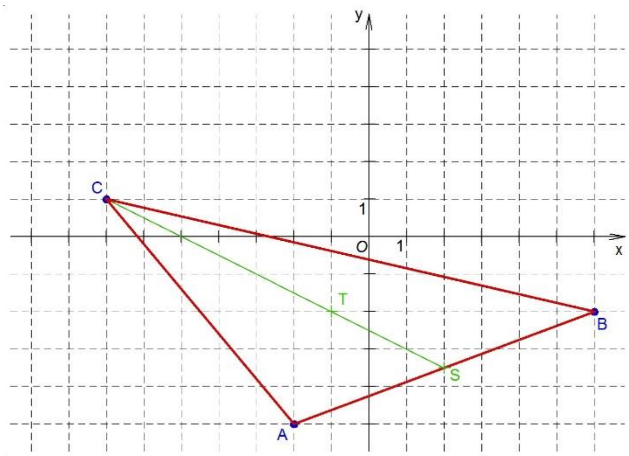


5) V lichoběžníku $ABCD$ se základnami ABa CD je $A[-12; 10]$, $C[4; 5]$, $\overrightarrow{AB} = (15;\ -12)$. Základna AB lichoběžníku je třikrát delší než základna CD. Určete souřadnice zbývajících vrcholů B a D.

$[\![B[3;\ -2], D[-1; 9]]\!]$

6) V trojúhelníku ABC s těžištěm T je $A[-2; 5]$, $B[6; -2]$, $\vec{u} = \overrightarrow{TC} = (-6; 3)$. Narýsujte trojúhelník.





7) Z důvodu nepříznivého počasí změnila zaoceánská loď v bodě $M[1; 2]$ kurz. Místo do plánovaného bodu $A[6; 1]$ byla nucena směřovat do bodu $B[5; -1]$. Vypočítejte s přesností na minuty velikost úhlu φ, o který se loď odchýlila od plánovaného směru. $[\![\varphi = 25°34']\!]$

8) Body $A[-3; -1]$, $B[4; -6]$, $C[9; 1]$, $D[2; 5]$ jsou vrcholy čtyřúhelníku $ABCD$. Rozhodněte o každém z tvrzení 8.1-8-4, zda je pravdivé, či nikoli:

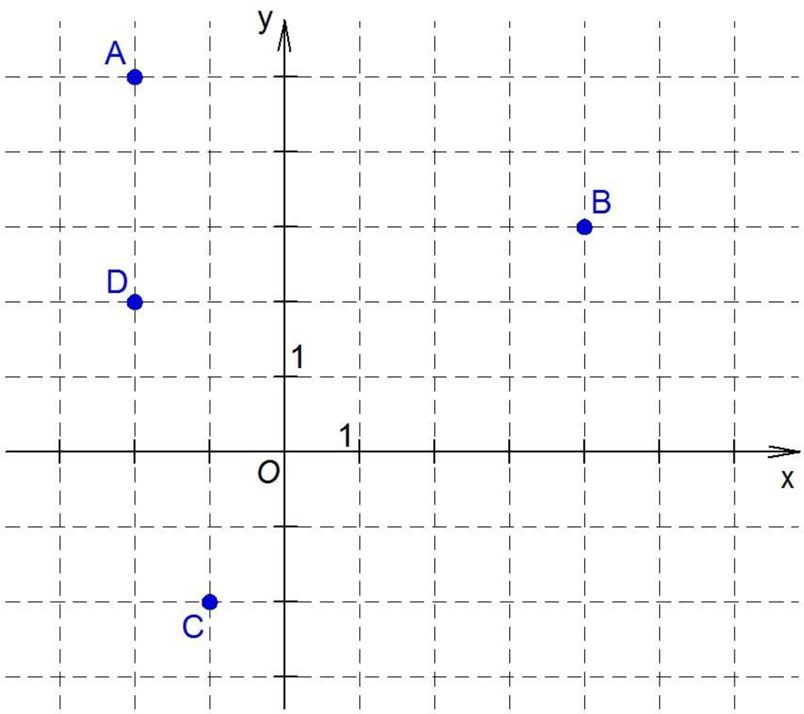
		A	N
8.1	Strany AD a BC mají stejnou velikost.	☐	☐
8.2	Strany AB a CD jsou rovnoběžné.	☐	☐
8.3	Úhlopříčky AC a BD jsou navzájem kolmé.	☐	☐
8.4	Střed úhlopříčky AC leží na ose x.	☐	☐

$[\![\mathrm{N, N, N, A}]\!]$

9) Vypočítejte vzdálenost středů úseček KL a MN; $K[3;\ -5]$, $L[1;1]$, $M[-4;0]$, $N[2;\ -12]$.

$[\![|S_{KL}S_{MN}| = 5]\!]$

10) V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou znázorněny body A, B, C, D. Všechny body leží v mřížových bodech.

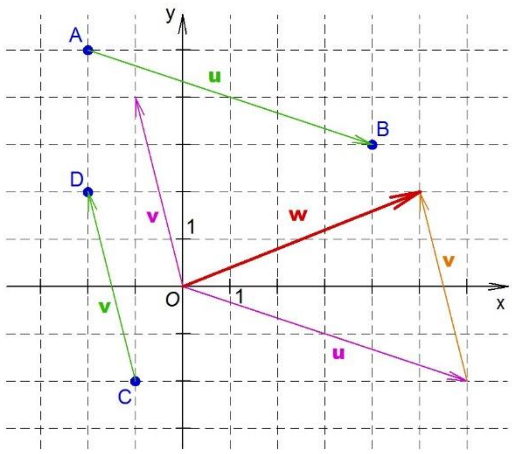


10.1 Zapište souřadnice vektorů $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ a $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$. $[\![\vec{u} = (6;\ -2);\ \vec{v} = (-1;4)]\!]$

10.2 Vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ umístěte tak, aby jejich počátek byl v bodě O.

10.3 Určete graficky vektor $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

10.4 Vypočítejte velikost vektoru $\vec{w}$. $[\![|\vec{w}| = \sqrt{29}]\!]$



11) Body $A[-1;\ -2]$, $B[7;2]$, $C[3;5]$, $D[-1;3]$ jsou vrcholy lichoběžníku $ABCD$. Vypočítejte s přesností na celé stupně velikost ostrého úhlu φ, který svírají úhlopříčky AC a DB lichoběžníku.

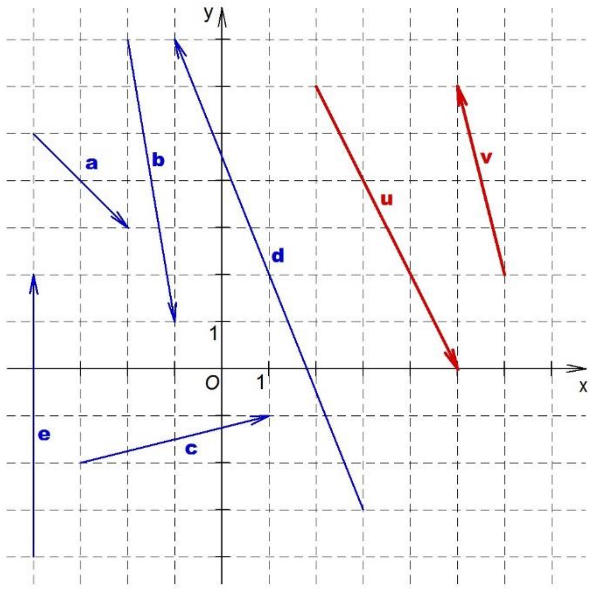
$[\![\varphi = 67°]\!]$

12) V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou znázorněna umístění vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ a $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$. Počáteční a koncové body všech znázorněných umístění jsou v mřížových bodech. Přiřaďte ke každé operaci s vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ (12.1-12.3) odpovídající vektor A-E znázorněný v kartézské soustavě souřadnic Oxy.

12.1 $\vec{u} - \vec{v}$ ⟦D⟧

12.2 $3\vec{u} + \vec{v}$ ⟦E⟧

12.3 $-2\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{v}$ ⟦B⟧



A) $\vec{a}$

B) $\vec{b}$

C) $\vec{c}$

D) $\vec{d}$

E) $\vec{e}$

13) V pravidelném šestiúhelníku $ABCDEF$ se středem S označíme $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ a $\vec{v} = \overrightarrow{EF}$. Vyjádřete pomocí vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ následující vektory.

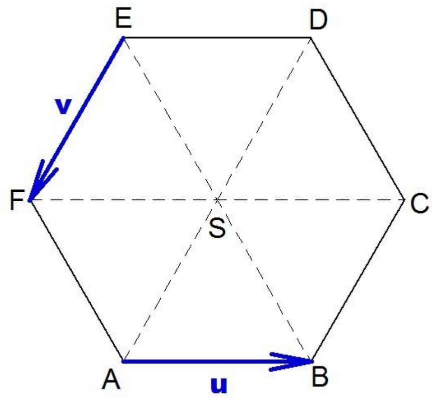
13.1 $\vec{a} = \overrightarrow{CS}$ $[\![\vec{a} = -\vec{u}]\!]$

13.2 $\vec{b} = \overrightarrow{DA}$ $[\![\vec{b} = 2\vec{v}]\!]$

13.3 $\vec{c} = \overrightarrow{DC}$ $[\![\vec{c} = \vec{v} + \vec{u}]\!]$

13.4 $\vec{d} = \overrightarrow{FD}$ $[\![\vec{d} = \vec{u} - \vec{v}]\!]$

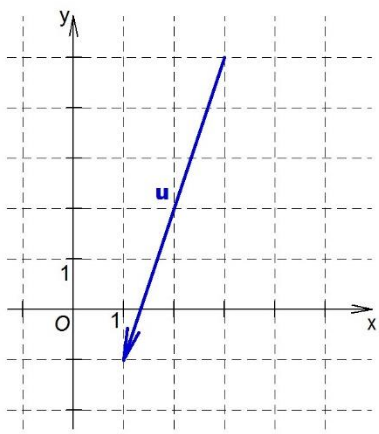
13.5 $\vec{e} = \overrightarrow{AE}$ $[\![\vec{e} = -2\vec{v} - \vec{u}]\!]$



14) Počáteční i koncový bod umístění vektoru $\vec{u}$ leží v mřížových bodech kartézské soustavy souřadnic Oxy. Vypočítejte neznámou souřadnici vektoru $\vec{v}$ tak, aby vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ byly vzájemně kolmé.

14.1 $\vec{v} = \left(v_1;\ \frac{4}{3}\right)$ $[\![v_1 = -4]\!]$

14.2 $\vec{v} = \left(\sqrt{5};\ v_2\right)$ $\left[\!\left[v_2 = -\frac{\sqrt{5}}{3}\right]\!\right]$



15) Body $A[1;3]$, $B[4;1]$ určují vektor $\vec{u}$ (A je počáteční bod, B je koncový bod vektoru).

15.1 Vypočítejte souřadnice vektoru $\vec{u}$. $[\![\vec{u} = (3;\ -2)]\!]$

15.2 V soustavě souřadnic znázorněte body A, B, potom nakreslete alespoň dvě orientované úsečky, které jsou umístěním vektoru $\vec{u}$.

15.3 Vypočítejte souřadnice bodu X tak, aby orientovaná úsečka CX, $C[-3;\ -2]$ též určovala vektor $\vec{u}$. $[\![X[0;\ -4]]\!]$

16) Jsou dány vektory $\vec{u} = (4;3)$, $\vec{v} = (-2;\ -4)$. Vypočítejte souřadnice vektorů $\overrightarrow{w_1} = \vec{u} + \vec{v}$, $\overrightarrow{w_2} = \vec{u} - \vec{v}$, $\overrightarrow{w_3} = 2\vec{u}$, $\overrightarrow{w_4} = \vec{u} + \left(-\frac{1}{2}\right)\vec{v}$, $\overrightarrow{w_5} = \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$.

$\left[\!\!\left[\overrightarrow{w_1} = (2;\ -1), \overrightarrow{w_2} = (6;7), \overrightarrow{w_3} = (8;6), \overrightarrow{w_4} = (5;5), \overrightarrow{w_5} = \left(7;\ \frac{13}{2}\right)\right]\!\!\right]$

17) Určete číslo $y \in R$ tak, aby velikost vektoru $\vec{z} = (6;y)$ byla 10. $[\![y_{1,2} = \pm 8]\!]$

18) Jsou dány vektory $\vec{a} = (4;2)$, $\vec{b} = (-1;2)$. Vypočítejte souřadnice a velikosti vektorů $\overrightarrow{c_1} = \vec{a} + \vec{b}$, $\overrightarrow{c_2} = \vec{a} - \vec{b}$, $\overrightarrow{c_3} = \frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b}$.

$[\![\overrightarrow{c_1} = (3;4), |c_1| = 5, \overrightarrow{c_2} = (5;0), |c_2| = 5, \overrightarrow{c_3} = (-1;7), |c_3| = 5\sqrt{2}]\!]$

19) Vypočítejte velikost úhlu vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ s přesností na stupně a minuty:

19.1 $\vec{u} = (-2;4)$, $\vec{v} = (6;\ -2)$ $[\![\varphi = 135°]\!]$

19.2 $\vec{u} = (-1;0)$, $\vec{v} = (\sqrt{3};\ 1)$ $[\![\varphi = 150°]\!]$

20) Vypočítejte velikosti úhlů v trojúhelníku ABC, znáte-li souřadnice vrcholů (Počítejte s přesností na stupně a minuty).

20.1 $A[0;1]$, $B[2;3]$, $C[4;0]$ $[\![\alpha = 59°02', \beta = 78°41', \gamma = 42°17']\!]$

20.2 $A[2;3]$, $B[3;1]$, $C[5;2]$ $[\![\alpha = 45°, \beta = 90°, \gamma = 45°]\!]$

21) Je dán vektor $\vec{u} = (4;9)$. Určete $m \in R$ tak, aby vektor $\vec{v} = (m;2)$ byl kolmý k vektoru $\vec{u}$.

$\left[\!\!\left[m = -\frac{9}{2}\right]\!\!\right]$