**SBÍRKA PŘÍKLADŮ Z DEKRIPTIVNÍ GEOMETRIE
K PROCVIČENÍ**

**ZOBRAZENÍ BODU A ÚLOHY O PŘÍMCE**

1. Sestrojte sdružené průměty bodů a určete, ve kterém kvadrantu leží: $A\left[3;2;5\right]$, $B\left[-1;5; -4\right]$, $C\left[-5; -3;4\right]$, $D\left[1; -2; -3\right]$, $P\left[5;3;0\right]$, $N\left[-4;0; -3\right]$.
2. Sestrojte sdružené průměty bodů a určete, ve kterém kvadrantu leží: $A\left[-2;6;3\right]$, $B\left[2; -4;4\right]$, $C\left[-1;3; -4\right]$, $D\left[-4; -5; -6\right]$, $E\left[5;2;2\right]$, $F\left[0;4;0\right]$, $G\left[3;0;0\right]$
3. Porovnejte vzdálenosti bodu $A\left[-1;4; -2\right]$ od bodů $E\left[2;3; -4\right]$, $F\left[1; -2;1\right]$, $G\left[-3; -2; -3\right]$, $H\left[-2;0;3\right]$.
4. Určete obvod trojúhelníku $ABC$, $A\left[-3;4;5\right]$, $B\left[4;6;1\right]$, $C\left[2;3;0\right]$.
5. Zobrazte přímku, určete její stopníky a odchylky od průměten:
	1. $a=\leftrightarrow AB$, $A\left[-5;8;1\right]$, $B\left[5;1;5\right]$
	2. $c=\leftrightarrow CD$, $C\left[-3;6;1\right]$, $D\left[2;2;4,5\right]$
6. Zobrazte přímku, která prochází bodem $M\left[-2;3;4\right]$ a je:
	1. rovnoběžná s osou $x$
	2. kolmá k půdorysně
	3. kolmá k nárysně.
7. Zobrazte přímku $AB$, $A\left[1;5;1\right]$, $B\left[1;1;4\right]$. Určete její stopníky a odchylky od půdorysny a nárysny. Zobrazte bod $M\left[x\_{M};3; z\_{M}\right]$, který na přímce $AB$ leží.
8. Sestrojte stopníky přímky $m=KL$, $K\left[-1;4;1\right]$, $L\left[1;6;4\right]$. Na přímce $m$ zobrazte body $A \left(x\_{A}=0\right)$, $B \left(y\_{B}=2\right)$, $C \left(z\_{C}=5\right)$.
9. Zjistěte půdorysnou a nárysnou odchylkou přímky $a=AB$, $A\left[-1;0;0\right]$, $B\left[4;4;2\right]$.
10. Zobrazte přímku $m$, která prochází bodem $M\left[0;4;1\right]$ a je rovnoběžná s přímkou $a=⟷AB$, $A\left[6;6;0\right]$, $B\left[-2;0;4\right]$.
11. Zobrazte přímku $a=⟷AM$, $A\left[2;3; z\_{A}\right]$, $M\left[-3;5; z\_{M}\right]$, která je různoběžná s přímkami
$b=⟷BK$, $B\left[0;1;0\right]$, $K\left[2;5;3\right]$, a $c=⟷CL$, $C\left[0;6;6\right]$, $L\left[-6;0;6\right]$.

**ÚLOHY O ROVINĚ**

1. Zobrazte stopy roviny:
	1. $ϱ\left(3;5;2\right)$
	2. $σ\left(-4;2;7\right)$
	3. $α\left(2;5; -4\right)$
	4. $β\left(-6; -2;6\right)$
2. Zobrazte stopy roviny:
	1. $ϱ\left(-4;2; \infty \right)$
	2. $σ\left(5;\infty ;4\right)$
	3. $α\left(\infty ;1;4\right)$.
3. Zobrazte stopy roviny:
	1. $ϱ\left(-4;45°;120°\right)$
	2. $σ\left(5;105°;70°\right)$.
4. Zobrazte stopy roviny dané 3 body:
	1. $ϱ=ABC;A\left[-4;2;6,5\right], B\left[3;5,5;1,5\right], C\left[1;2;3,5\right]$
	2. $σ=KLM;K\left[5;3;0\right], L\left[-2,5;0;4\right], M\left[2;1,5;7\right]$
	3. $α=ABC;A\left[0;3;3\right], B\left[6;7;4\right], C\left[-4; -5;7\right]$
5. Určete zbývající průměty bodů $A\left[-2; y\_{A};1,5\right], B\left[2,5;3,5; z\_{B}\right], C\left[-4; y\_{C};4,5\right], D\left[1;-2; z\_{D}\right]$, leží-li všechny v rovině $ϱ\left(-5,5;4;7\right)$.
6. Sestrojte zbývající průměty bodů $A\left[-1,5; y\_{A};2,5\right], B\left[2,5; y\_{B};1,5\right]$, leží – li oba v rovině $ϱ\left(4;3,5; \infty \right)$.
7. Určete zbývající průměty bodů $A\left[3; y\_{A};1,5\right], B\left[-2;4; z\_{B}\right]$, leží – li oba v rovině $ϱ\left(\infty ;3;4,5\right)$.
8. Určete odchylky dané roviny od obou průměten:
	1. $ϱ\left(5;7;4\right)$
	2. $σ\left(-2;3; -4\right)$

**VZÁJEMNÁ POLOHA PŘÍMEK A ROVIN**

1. Bodem $A\left[-1;4;2\right]$ veďte rovinu $ϱ$ rovnoběžnou s rovinou $λ\left(5; \infty ;3\right)$.
2. Zobrazte stopy roviny $α$, která prochází bodem $A\left[1;2;1,5\right]$ a je rovnoběžná s rovinou $β\left(4; -3;6\right)$.
3. Zobrazte stopy roviny $α$, která prochází bodem A a je rovnoběžná s rovinou $ϱ$:
	1. $A\left[0;5;6\right]$; $ϱ\left(4,5;3; \infty \right)$
	2. $A\left[-3;3;3\right]$; $ϱ\left(4;5;3\right)$.
4. Zobrazte průsečnici rovin:
	1. $α\left(-4;2;4\right)$, $β\left(5;6;3\right)$
	2. $α\left(3;120°;130°\right)$, $β\left(-4;30°;120°\right)$
	3. $α\left(4; \infty ;4\right)$, $β\left(-4; \infty ;2\right)$
	4. $α\left(-3;4; \infty \right)$, $β\left(4; \infty ;2\right)$
	5. $α\left(6; \infty ;4\right)$; $β\left(-4;4;3\right)$
	6. $α\left(-3;3,5;4\right)$, $β\left(2;135°;150°\right)$.
5. Zobrazte průsečík $R$ přímky $a=AB$, $A\left[3;3;4\right]$, $B\left[0;1;2\right]$, s rovinou $ϱ\left(5;5;4\right)$.
6. Zobrazte průsečík přímky $a$ s rovinou $ϱ$:
	1. $a=AB$, $A\left[4;7;2\right]$, $B\left[-2;2;6\right]$, $ϱ\left(5; 4;\infty \right)$
	2. $a=AB$, $A\left[3;2;2\right]$, $B\left[-4;6;5\right]$, $ϱ\left(4; \infty ;5\right)$
	3. $a=AB$, $A\left[3;3;6\right]$, $B\left[-1;1;2\right]$, $ϱ\left(\infty ;5;4\right)$
	4. $a=PN$, $P\left[-3;2,5;0\right]$, $N\left[4;0;5\right]$, $ϱ\left(0;30°;135°\right)$.
7. Zobrazte průnik trojúhelníků $ABC$ a $KLM$, $A\left[4;3;0\right]$, $B\left[-2;5,5;3\right]$, $C\left[-1;1;7,5\right]$, $K\left[5;6;4\right]$, $L\left[-2;4;0\right]$, $M\left[1;0;5\right]$.
8. Zobrazte průnik trojúhelníků $ABC$ a $DEF$, $A\left[1,5;1;1\right]$, $B\left[2,5;6;7\right]$, $C\left[-5,5;5;2\right]$, $D\left[3,5;2,5;0\right]$, $E\left[0;7;4,5\right]$, $F\left[-4,5;0;0,5\right]$.
9. Zobrazte průnik trojúhelníků $ABC$ a $DEF$, $A\left[-4,8;5,4;0\right]$, $B\left[0;7,7;8,9\right]$, $C\left[2,5;0,5;2,3\right]$, $D\left[-6;2,8;7,8\right]$, $E\left[2,5;8;0\right]$, $F\left[0,5;0,5;5\right]$.
10. Zobrazte stopy roviny $ϱ$, která prochází bodem $M$ a je kolmá k přímce $a=AB$:
	1. $M\left[0;2;2\right]$, $A\left[-1;5;6\right]$, $B\left[5; -1;2\right]$
	2. $M\left[0;4;3\right]$, $A\left[-3;0;4\right]$, $B\left[2;3;4\right]$
	3. $M\left[0;4;3\right]$, $A\left[1;7;6\right]$, $B\left[-5;1; -1\right]$.

**KUŽELOSEČKY**

1. Pomocí bodové konstrukce sestrojte elipsu, je-li dáno $a=3,5cm$, $e=1,5cm$.
2. Pomocí bodové konstrukce sestrojte elipsu, je-li dáno $b=2cm$, $e=1,5cm$.
3. Pomocí oskulačních kružnic sestrojte elipsu, je-li dáno $a=4,5cm$, $b=3cm$.
4. Pomocí oskulačních kružnic sestrojte elipsu, je-li dáno $2a=7cm$, $2b=5cm$.
5. Sestrojte hyperbolu, je-li dáno $a=2,5cm$, $b=3,5cm$.
6. Sestrojte hyperbolu, je-li dáno $a=5cm$, $b=4cm$.
7. Sestrojte parabolu, je-li dáno $\left|dF\right|=4,5cm$.
8. Sestrojte parabolu, je-li dáno $\left|VF\right|=3cm$.
9. Zobrazte kružnici, která leží v rovině $ϱ\left(-6;7;6\right)$, má střed $S\left[1;4; z\_{S}\right]$ a poloměr $r=4$.
10. Zobrazte kružnici, která leží v rovině $ϱ\left(4;3; \infty \right)$, má střed $S\left[1; y\_{S};4\right]$ a poloměr $r=3,5$.
11. Zobrazte kružnici, která leží v rovině $ϱ\left(5;8;4\right)$, má střed $S\left[-2; y\_{S};3,5\right]$ a poloměr $r=3$.
12. Zobrazte kružnici, která leží v rovině $ϱ\left(6;4; -5\right)$, jejím středem je bod $S\left[3;6; z\_{S}\right]$ a která prochází bodem $M\left[5;3; z\_{M}\right]$.

**HRANOL**

1. Zobrazte kosý čtyřboký hranol $ABCDA'B'C'D'$ se čtvercovou podstavou $ABCD$ v nárysně: $A\left[0;0;1,5\right]$, $B\left[3;0;0,5\right]$, $z\_{C}>z\_{B}$, $A'\left[-5;6;4,5\right]$.
2. Zobrazte kosý šestiboký hranol $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$, jehož podstavou je pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ ležící v půdorysně; $A\left[7;3;0\right]$, $D\left[1;5;0\right]$, $A'\left[0;4;6\right]$.
3. Zobrazte kosý hranol se čtvercovou podstavou $ABCD$ v půdorysně $π$, znáte – li vrcholy $A\left[-1,5;1;0\right]$, $B\left[-5;2,5;0\right]$ jedné a vrchol $A'\left[3,5;2,5;5,5\right]$ druhé podstavy.
4. Zobrazte pravidelný šestiboký hranol $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ výšky $v=6$ s podstavou $ABCDEF$ o středu $S\left[0;3; z\_{S}\right]$ v rovině $ϱ\left(7;5,5;7\right)$. Jedna boční hrana hranolu leží na přímce $m$ procházející bodem $M\left[1;7,5;3\right]$.
5. Sestrojte sdružené průměty pravidelného hranolu o čtvercové podstavě $ABCD$ v rovině $ϱ\left(5;4,5;6\right)$ a o výšce $v=7,5$; $A\left[-4;6; z\_{A}\right]$, $B\left[0,5;3,5; z\_{B}\right]$, $z\_{A'}>z\_{A}$.
6. Sestrojte sdružené průměty pravidelného osmibokého hranolu o ose $SS'$, kde $S\left[-2;5;5\right]$, $S'\left[0;2,5;3,5\right]$, jehož vrchol $A$ podstavy je na přímce $m=QR$ ($Q\left[0;0;0\right]$, $R\left[3;5;6\right]$).
7. Zobrazte řez pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavou $ABCD$ v půdorysně ($S\left[0;3;0\right]$, $A\left[2,5;1,5;0\right]$) a výškou $v=7$ rovinou:
	1. $α\left(6;\infty ;4,5 \right)$
	2. $β\left(8;10;4\right)$.

Sestrojte skutečnou velikost řezu.

1. Zobrazte řez pravidelného šestibokého hranolu o výšce $v=7$ s podstavou o středu $S\left[0;0;4\right]$ a vrcholu $A\left[3;0;2\right]$ v nárysně rovinou $ϱ\left(-5; \infty ;4\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
2. Zobrazte řez pravidelného pětibokého hranolu o výšce $v=7$ s podstavou o středu $S\left[4;5;0\right]$ a vrcholu $A\left[5,5;1,5;0\right]$ v půdorysně rovinou $ϱ\left(0;90°;30°\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
3. Kvádr $ABCDEFGH$ o výšce $v=7$ se stěnou $ABCD$ v půdorysně, $A\left[-3;2;0\right]$, $B\left[2;4;0\right]$, $C\left[-1; y\_{C};0\right]$, protněte rovinou $ϱ\left(9;8;4\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.

**JEHLAN**

1. Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan s podstavou v rovině $ϱ\left(-6;7;4,5\right)$, která je dána úhlopříčkou $AC$, $A\left[-2,5;2; z\_{A}\right]$, $C\left[1;5; z\_{C}\right]$, když výška jehlanu je $v=7$.
2. Zobrazte pravidelný šestiboký jehlan s podstavou v rovině $ϱ\left(-6;5;7\right)$, se středem $S\left[2;3,5; z\_{S}\right]$, s vrcholem podstavy $A\left[-0,5;4; z\_{A}\right]$ a s výškou $v=7$.
3. Zobrazte pravidelný šestiboký jehlan $ABCDEFV$. Bod $S\left[1,5;3,5;2\right]$ je střed podstavy, jedna podstavná hrana leží v půdorysně $π$ a hlavní vrchol je bod $V\left[-3;7;6,5\right]$.
4. Pravidelný šestiboký jehlan s podstavou v nárysně $ν$, se středem podstavy $S\left[0;0;5\right]$, s vrcholem podstavy $A\left[-1;0;1\right]$ a s výškou $v=7$, protněte rovinou $ϱ\left(-4,5;2,8; \infty \right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
5. Pravidelný pětiboký jehlan s podstavou v půdorysně $π$, se středem podstavy $S\left[0;4;0\right]$, s vrcholem podstavy $A\left[1,5;1,5;0\right]$, s výškou $v=7,5$, protněte rovinou $ϱ\left(4,5; \infty ;3,5\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
6. Zobrazte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou $ϱ\left(0;90°;30°\right)$. Jehlan má podstavu $ABCD$ v půdorysně $π$, vrchol podstavy $A\left[1,5;1,5;0\right]$ a hlavní vrchol $V\left[4;3;7\right]$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
7. Pravidelný šestiboký jehlan s podstavou v půdorysně $π$, se středem $S\left[0;4;0\right]$, vrcholem podstavy $A\left[-2,5;1,5;0\right]$, s výškou $v=7$, protněte rovinou $ϱ\left(8,5;10,5;3,5\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
8. Zobrazte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu o výšce $v=7,5$, s podstavou o středu $S\left[0,5;3,5;0\right]$ a vrcholu $A\left[3;1,5;0\right]$ v půdorysně $π$, rovinou $ϱ\left(7;11;4,5\right)$. Určete skutečnou velikost řezu.
9. Zobrazte řez kosého čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou $ϱ\left(7;5;4,5\right)$. Jehlan má čtvercovou podstavu $ABCD$ o středu S v půdorysně $π$, $A\left[-1,5;1,5;0\right]$, $S\left[-4;3;0\right]$ a hlavní vrchol $V\left[1;3;7\right]$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.

**VÁLEC**

1. Zobrazte rotační válec daný osou $o=SS'$, $S\left[2;4;3\right]$, $S'\left[-3;7;6\right]$ a poloměrem podstavy $r=3$.
2. Zobrazte rotační válec, jsou-li body $S$, $S'$ středy jeho podstav, $S\left[3;3;3\right]$, $S'\left[-2;7;6\right]$. Poloměr podstavy je $r=3$.
3. Zobrazte průměty rotačního válce s podstavou v rovině $ϱ\left(-6,5;8;5,5\right)$ danou středem $S\left[0;3,5; z\_{S}\right]$ a poloměrem $r=2,5$. Výška válce je $v=5,5$.
4. Zobrazte řez rotačního válce s podstavou v půdorysně $π$, se středem $S\left[5;4;0\right]$, s poloměrem $r=3$ a výškou $v=7$, rovinou $α\left(9; \infty ;7\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
5. Zobrazte řez rovnostranného válce s podstavou v nárysně $ν$, se středem $S\left[6;0;4\right]$, s poloměrem $r=3,5$, rovinou $ϱ\left(-1;30°;90°\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
6. Rotační válec s postavou v půdorysně $π$, se středem $S\left[0;3,5;0\right]$, s poloměrem podstavy $r=3$ a s výškou válce $v=7$, protněte rovinou $ϱ\left(-8;9;5\right)$.
7. Zobrazte řez rotačního válce s podstavou v půdorysně $π$, se středem $S\left[0;4;0\right]$, s poloměrem $r=3,5$ a výškou $v=8$, rovinou $ϱ\left(-9;9;6\right)$.
8. Zobrazte řez rotačního válce s podstavou v nárysně $ν$, se středem podstavy $S\left[0;0;3,5\right]$, s poloměrem $r=3$ a výškou $v=7$, rovinou $ϱ\left(8;5;9\right)$.

**KUŽEL**

1. Zobrazte rotační kužel s osou $o=SV$, $S\left[4;6;7\right]$, $V\left[-2;4;4\right]$, jestliže poloměr podstavy je $r=3,5$.
2. Zobrazte rotační kužel s podstavou v rovině $ϱ\left(-3;3; -6\right)$, se středem $S\left[0;5,5; z\_{S}\right]$ a výškou $v=7$, jehož kružnice podstavy prochází bodem $A\left[-1,3; y\_{A};2,2\right]$.
3. Zobrazte rotační kužel s podstavou v rovině $ϱ\left(5;7;4\right)$ o středu $S\left[-1; y\_{S};2,5\right]$, poloměru podstavy $r=3$ a výšce $v=6$.
4. Zobrazte řez rotačního kuželu, jehož podstava je v půdorysně $π$, střed podstavy $S\left[0;4;0\right]$, poloměr podstavy $r=3,5$ a výška $v=7$, rovinou $ϱ\left(4; \infty ;3\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
5. Zobrazte řez rotačního kuželu, jehož podstava je v nárysně $ν$, střed podstavy $S\left[0;0;4\right]$, poloměr podstavy $r=3,5$ a výška $v=7,5$, rovinou $ϱ\left(-4;3,5; \infty \right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
6. Rotační kužel s podstavou v nárysně $ν$, se středem $S\left[0;0;5\right]$, s poloměrem podstavy $r=4,2$ a s výškou $v=8$, protněte rovinou $ϱ\left(-3; y\_{ϱ}; \infty \right)$ v parabole. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
7. Zobrazte parabolický řez rotačního kužele s podstavou v půdorysně $π$, se středem podstavy $S\left[0;4,5;0\right]$, s poloměrem podstavy $r=4$ a výškou $v=6$, rovinou $ϱ\left(-2; \infty ; z\_{ϱ}\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
8. Rotační dvoj kužel s podstavou v půdorysně $π$, se středem $S\left[0;6;0\right]$, s poloměrem podstavy $r=5$ a výškou dvojkuželu $v=10$, protněte rovinou $ϱ\left(-4; \infty ; 8\right)$. Sestrojte skutečnou velikost řezu.
9. Zobrazte řez rotačního dvoj kužele s podstavami o středech $S\left[0;4,5;0\right]$, $S'\left[0;4,5;12\right]$ a poloměru $r=4$, rovinou $ϱ\left(-1; \infty ;3\right)$. Zobrazte skutečnou velikost řezu.